**MEHANIKA 2 - KINEMATIKA**

**VEŽBA 3: KRUŽNO KRETANJE TAČKE**

1. Vratilo neke mašine izvrši 150 $\frac{°}{min}$ obrtaja u minuti. Na vratilu je potrebno ugraditi zupčanik koji će omogućiti da pri tom konstantnom broju obrtaju vratila zupčanik ostvaruje obimnu brzinu od 2 $\frac{m}{min}$. Koliki je prečnik zupčanika potreban da bi se ostvarila željena obimna brzina zupčanika ?

Rešenje:

$$n=150 \frac{°}{min} $$

$$V= 2 \frac{m}{min}$$

$$D= ?$$

Broj obrtaja zupčanika i broj obrtaja vratila su jednaki zato što zupčanik i vratilo čine jedan sklop, imaju zajedni;ki centar rotacije i zbog toga svi elementi tog sklopa će imati jednaki broj obrtaja od 150 $\frac{°}{min}$ obrtaja u minuti.

Iz obrazca obimne brzine $V=\frac{R∙π∙n}{30}$ možemo pronaći potreban prečnik zupčanika.

$$R=\frac{30∙V}{π∙n}=\frac{30∙120}{π∙150}=0,127 m$$

Prečnik zupčanika je: $D=2∙R=2∙0,127=0,254 m=254 mm$

1. Broj obrtaja ulaznog vratila i prikazanog zupčastog reduktora iznosi nI=600 o/min. Zupčanik 1 je čvrsto vezan za vratilo I, zupčanici 2 i 3 za vratilo II, zupčanik 4 za izlazno vratilo III. Naći ugaone brzine vratila I, II, i III kao i broj obrtaja izlaznog vratila III. Odrediti brzine i ubrzanja tačaka na obodima (obimu) zupčanika 3 i 4. Dati su poluprečnici zupčanika: R1=20cm, R2=30cm, R3=40cm, R4=20cm.



Rešenje: Ugaona brzina ulaznog vratila, kao i zupčanika 1, biće jednaka:

 $ω\_{I}=ω\_{1}=\frac{πn\_{1}}{30}=\frac{π∙600}{30}=20π=62.8 \frac{rad}{s}$

Smatra se da između dodirnih tačaka spregnutih zupčanika nema klizanja, pa su brzine dodirnih tačaka jednake: $V\_{A1}=R\_{1}∙ω\_{1}$, $V\_{A2}=R\_{2}∙ω\_{2}$ sledi da je $V\_{A1}=V\_{A2}$ sledi da je $R\_{1}∙ω\_{1}=R\_{2}∙ω\_{2}$

Sledi da je $ω\_{2}=\frac{R\_{1}∙ω\_{1}}{R\_{2}}=\frac{20∙20∙π}{30}=\frac{40π}{3}=41,9 \frac{rad}{s}$

Ugaona brzina zupčanika 2 je ujedno i ugaona brzina vratila II kao i zupčanika 3:

 $ω\_{2}=ω\_{II}=ω\_{3}=41,9 \frac{rad}{s}$



Zbog jednakosti brzina dodirnih tačaka zupčanika sledi:

$V\_{A3}=V\_{A4} $ sledi da je $R\_{3}∙ω\_{3}=R\_{4}∙ω\_{4}$ sledi da je $ω\_{4}=\frac{R\_{3}∙ω\_{3}}{R\_{4}}=\frac{40∙40∙\frac{π}{3}}{20}=\frac{80π}{3}=83,3 \frac{rad}{s}$

Ugaona brzina zupčanika 4 je ujedno i ugaona brzina vratila III:

$ω\_{4}=ω\_{III}=83,3 \frac{rad}{s}$. Iz izraza za ugaonu brzinu $ω\_{III}=\frac{πn\_{III}}{30} $ može se odrediti broj obrtaja vratila III: $n\_{III}=\frac{30ω\_{III}}{π}=\frac{30∙80\frac{π}{3}}{π}=800 \frac{°}{min}$



Brzina bilo koje tačke (npr. tačke B) na obodu zupčanika 3 biće jednaka:

 $V\_{b}=R\_{3}∙ω\_{3}=20∙40,9^{2}=167\frac{cm}{s}$.

Za tačku C na obodu zupčanika 4 brzina će imati isti intenzitet kao i brzina tačke na obodu zupčanika 3, jer se radi o paru spregnutih zupčanika: $V\_{c}=R\_{4}∙ω\_{4}=20∙40,9^{2}=167\frac{cm}{s}$. Vektori brzina se ucrtavaju u pravcu tangente na kružnu putanju tačke, u smeru obrtanja. Pošto su obrtanja zupčanika ravnomerna (tj.$ϵ=0$), ubrzanja tačaka sadrže samo normalne komponente, pa su zato usmerena ka osi rotacije. Intenziteti ubrzanja tačaka B i C:

$a\_{B}=a\_{BN}=R\_{3}∙ω\_{3}^{2}=40∙41,9^{2}=70224,4 \frac{cm}{s^{2}}=702,2 \frac{m}{s^{2}}$.; $a\_{C}=a\_{CN}=R\_{4}∙ω\_{4}^{2}=1404,5\frac{m}{s^{2}}$

1. Oko nepomičnog kotura poluprečnika 20 cm namotano je uže na koje visi teg. Teg najpre miruje, a onda počinje padati sa ubrzanjem od 2 cm/s2 pri čemu se uže odmotava. Nađi ugaonu brzinu koturova u trenutku kad je teg prešao put od 100 cm.



Rešenje:

$r=20 cm=0,2 m$ ;

 $a=2 \frac{cm}{s^{2}}=0,02\frac{m}{s^{2}}$;

 $S=100cm=1 m$;

$$ω= ?$$

Sobzirom da se teg kreće ubrzano na dole bez početne brzine, iz pređenog puta izračunaćemo vreme pomoću koga ćemo izračunati pravolinijsku brzinu:

$S=\frac{a∙t^{2}}{2}$ iz čegsa sledi da je $t=\sqrt{\frac{2∙S}{a}}=\sqrt{\frac{2∙1}{0,02}}=10 s$

$$V=a∙t=0,02∙10=0,2 \frac{m}{s}$$

$$ω=\frac{V}{r}=\frac{0,2}{0,2}=1 \frac{rad}{s}$$

1. Automobil se kreće po horizontalnoj kružnoj putanji prečnika 86 m ubrzanjem $a\_{T}=2\frac{m}{s^{2}}$. Početna brzina automobile je $V\_{0}=36 \frac{km}{h}.$ Za koje vreme će automobile preći prvi krug ?

Rešenje:

$R=\frac{D}{2}=\frac{86}{2}=43$m, $a=2\frac{m}{s^{2}}$, $V\_{0}=36 \frac{km}{h}=10 \frac{m}{s}$

Puni ugao kruga iznosi $φ=360^{o}=2π rad$

$$φ=ω\_{0}∙t+ \frac{α∙t^{2}}{2}$$

Ugaona brzina : $ω\_{0}=\frac{V\_{0}}{R}=\frac{10}{43}=0,23 \frac{rad}{s}$

Ubrzanje : $a\_{T}=2 \frac{m}{s}=R∙ α$ sledi da je $α=\frac{a\_{t}}{R}=\frac{2}{43}=0,0465 \frac{rad}{s^{2}}$

Preko obrazac $φ=ω\_{0}∙t+ \frac{α∙t^{2}}{2}$ dobijamo vreme $2π=0,23∙t+0,0465∙\frac{t^{2}}{2}$ sldi da je $t=12 s$

**Zadaci za vežbu:**

1. Iz položaja $N\_{0}$ (početnog) na krugu, poluprečnika $R=10 cm$, krenu jednovremeno dve tačke u suprotnim smerovima. Prva tačka se kreće jednakko ubrzana bez početne brzine $V\_{01}=0$, a druga jednako usporeno početnom brzinom $V\_{02}=10 \frac{cm}{s}$, ali tako da sui m tangencijalna ubrzanja ista $a\_{T1}=a\_{T2}=1 \frac{cm}{s^{2}}$. Na kom mestu kružne putanje i posle kog vremena će se ove dve tačke sresti ?

**Rešenja:**

 $t=2π$, $φ\_{1}=\frac{π^{2}}{5} rad, φ\_{2}=\frac{π∙(10-π)}{5} rad$

1. Tačka se kreće jednakousporeno po kružnoj putnji poluprečnika 0,2 m početnom ugaonom brzinom $40 \frac{rad}{s}$. Ugaono usporenje $α=3 \frac{rad}{s^{2}}$. Odrediti vreme zaustavljanja, ugao zaustavljanja, broj obrtaja do zaustavljanja i put zaustavljanja ?

**Rešenja:**

Vreme zaustavljanja $t\_{k}=13,33 s$, Ugao zaustavljanja $φ\_{k}=266,67 rad,$

Broj obrtaja do zaustavljanja: $N\_{k}=42,46 obrt,$ Put zaustavljanja: $S\_{k}=53,33 m$